VIII РАЗРЕД

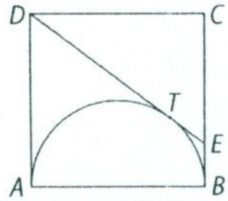
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 50/2**) Једначина је еквивалентна са $|5-|20-6x||=7$, тј. $5-|20-6x|=7$ или $5-|20-6x|=-7$ [**5 поена**]. Прва једначина нема решења (разлика броја 5 и ненегативног броја не може бити једнака 7) [**5 поена**]. Друга се своди на $|20-6x|=12$, тј. $20-6x=12$ или $20-6x=-12$ [**5 поена**]. Решења су $\frac{4}{3}$ и $\frac{16}{3}$, а њихов збир $\frac{20}{3}$ [**5 поена**].

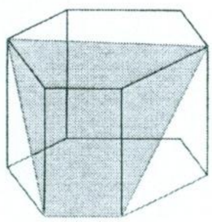
2.
$$\begin{aligned}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-2\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}) &= (1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})-2\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})\\ &= 1+2+3+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}-2\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})\\ &= 6\end{aligned}$$
[**20 поена**].

[Напомена: Може се користити и формула за квадрат тринома.]

3. Нека је T додирна тачка тангенте DE и полукруга и a дужина странице квадрата. Како су одговрајуће тангентне дужи међусобно једнаке имамо да важи $DA=DT=a$ и $EB=ET=x$ [**7 поена**]. Сада у троуглу DEC важи: $a^2+(a-x)^2=(a+x)^2$ [**7 поена**]. Одавде је $a^2+a^2-2ax+x^2=a^2+2ax+x^2$, односно $a^2=4ax$, одакле је $a=4x$. Дакле, тражена размера је $BE:EC=1:3$ [**6 поена**].



4. (**МЛ 50/2**) Пресек је једнакокраки трапез [**5 поена**] са основицама дужине 8cm (пречник описаног круга једне основе) и 4cm (страница друге основе) и краком дужине $4\sqrt{2}$cm (дијагонала бочне стране) [**5 поена**]. За висину h тог трапеза се добија $h^2=(4\sqrt{2}\text{cm})^2-(2\text{cm})^2=28\text{cm}^2$, па је $h=2\sqrt{7}$cm [**5 поена**], а површина трапеза је $12\sqrt{7}\text{cm}^2$ [**5 поена**].



5. Број 5005 се раставља на просте чиниоце као $5\cdot7\cdot11\cdot13$, па сваки од збирова у наведене читири заграде мора бити једнак једном од бројева 5, 7, 11 или 13 [**4 поена**]. Постоје два начина да се то оствари: $8+5=13$, $7+4=11$, $6+1=7$, $3+2=5$ [**4 поена**] и $7+6=13$, $8+3=11$, $5+2=7$, $4+1=5$ [**4 поена**]. У сваком од та два случаја, фактори могу променити места на $4\cdot3\cdot2\cdot1=24$ начина [**4 поена**], а у сваком збиру, сабирци могу заменити места на 2 начина, па је укупан број начина да се добије тачна једнакост $2\cdot24\cdot2^4$ [**4 поена**]$=768$.